

fenel

Latihan 2

- Diketahui vektor $\vec{a} = 8\hat{i} - 6\hat{j}$ dan vektor $\vec{b} = 3\hat{i} - 9\hat{j}$.
Tentukan:
 - $\frac{1}{2}\vec{a} + \vec{b}$
 - $\frac{1}{2}\vec{a} - \vec{b}$
- Diketahui vektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$, vektor $\vec{q} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$, dan vektor $\vec{r} = \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \end{pmatrix}$.
Tentukan:
 - $\vec{p} + \vec{q} + \frac{1}{2}\vec{r}$
 - $\vec{p} + 2\vec{q} - 3\vec{r}$
- Diketahui vektor $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j}$, vektor $\vec{b} = -4\hat{i} - \hat{j}$, dan vektor $\vec{c} = -\hat{i} + 2\hat{j}$.
Tentukan vektor-vektor berikut ini (nyatakan hasilnya dalam vektor-vektor basis \hat{i} dan \hat{j}).
 - $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$
 - $\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$
- Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$, dan vektor $\vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$, berlaku

hubungan $2\vec{a} - 3\vec{b} + x\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$, dengan x bilangan real. Tentukanlah nilai x .

- Koordinat titik P adalah $(2, 3)$ dan koordinat titik Q adalah $(12, -7)$. Titik $R(x, y)$ terletak pada ruas garis PQ , sehingga $\vec{PR} = \frac{1}{5}\vec{PQ}$.
 - Tentukan vektor yang diwakili oleh ruas garis berarah \vec{PQ} .
 - Tentukan vektor yang diwakili oleh ruas garis berarah \vec{PR} .
 - Tentukan koordinat titik R .

Diketahui titik-titik $A_1(1, 1)$, $A_2(2, 2)$, $A_3(3, 3)$, . . . , dan $A_n(n, n)$, dengan $n \in$ bilangan asli. Ruas-ruas garis berarah $\vec{OA}_1, \vec{OA}_2, \vec{OA}_3, \dots, \vec{OA}_n$ sebagai wakil bagi vektor-vektor $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3, \dots, \vec{a}_n$.
Buktikan bahwa $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \vec{a}_3 + \dots + \vec{a}_n = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} n^2 + n \\ n^2 + n \end{pmatrix}$

Latihan 3

- Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$, vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, dan vektor $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.
 - Hitunglah $|\vec{a}|, |\vec{b}|$, dan $|\vec{c}|$.
 - Tentukanlah vektor satuan dari vektor \vec{a} , vektor \vec{b} , dan vektor \vec{c} .
- Diketahui vektor $\vec{p} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, vektor $\vec{q} = \begin{pmatrix} 3 \\ 9 \end{pmatrix}$, dan vektor $\vec{r} = \vec{p} + \vec{q}$.
 - Tentukan vektor \vec{r} .
 - Hitunglah panjang dari vektor \vec{p} , vektor \vec{q} , dan vektor \vec{r} .

c) Tentukanlah vektor satuan dari vektor \vec{p} , vektor \vec{q} , dan vektor \vec{r} .

Vektor \hat{i} adalah vektor satuan yang searah dengan sumbu X positif dan vektor \hat{j} adalah vektor satuan yang searah dengan sumbu Y positif.

- Jelaskan mengapa vektor $\hat{i} + \hat{j}$ bukan merupakan vektor satuan.
- Tentukan vektor satuan dari vektor $\hat{i} + \hat{j}$.

Latihan 4

1. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}$, vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$, dan vektor $\vec{c} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.
- a) Tentukanlah:
- (i) $\vec{a} + \vec{b}$ (iv) $\vec{c} + \vec{a}$
 (ii) $\vec{b} + \vec{a}$ (v) $\vec{b} + \vec{c}$
 (iii) $\vec{a} + \vec{c}$ (vi) $\vec{c} + \vec{b}$
- b) Periksalah, apakah
- (i) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$
 (ii) $\vec{a} + \vec{c} = \vec{c} + \vec{a}$
 (iii) $\vec{b} + \vec{c} = \vec{c} + \vec{b}$
2. Diketahui vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ 9 \end{pmatrix}$ dan vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -8 \end{pmatrix}$. Tentukanlah
- a) $\vec{u} + \vec{v}$ c) $\frac{1}{3}\vec{u} + \vec{v}$
 b) $\vec{u} - \vec{v}$ d) $\frac{1}{3}\vec{u} - \vec{v}$
3. Diketahui vektor $\vec{a} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$, vektor $\vec{b} = 4\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$, dan vektor $\vec{c} = -\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$.

Tentukanlah:

- a) $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$
 b) $\vec{a} - \vec{b} + 2\vec{c}$
 c) $\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$
 d) $2\vec{a} + \vec{b} - 3\vec{c}$

4. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, vektor

$\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$, dan vektor $\vec{c} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, berlaku

hubungan $2\vec{a} + 3\vec{b} + k\vec{c} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 10 \end{pmatrix}$

dengan k bilangan real.
Tentukanlah nilai k .

- ~~5.~~ Misalkan diketahui vektor $\vec{a} = (x + y)\hat{i} + (2x - y)\hat{j} + 3\hat{k}$ dan vektor $\vec{b} = 5\hat{i} + 4\hat{j} + 3\hat{k}$. Jika vektor \vec{a} = vektor \vec{b} , hitunglah nilai x dan nilai y .

6. Diketahui titik A dengan koordinat $(1, -1, 3)$, titik B dengan koordinat $(2, -4, 5)$, dan titik C dengan koordinat $(5, -13, 11)$.

a) Tentukan ruas-ruas garis berarah berikut dalam bentuk vektor kolom.

- (i) \vec{OA} (iv) \vec{AB}
 (ii) \vec{OB} (v) \vec{BC}
 (iii) \vec{OC} (vi) \vec{AC}

b) Perhatikan bahwa titik A , titik B , dan titik C segaris atau kolinear.

c) Tentukan nilai perbandingan $AB : BC$.

Latihan 5

1. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$, dan vektor $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$.
 - a) Hitunglah $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, dan $|\vec{c}|$!
 - b) Tentukan vektor-vektor satuan dari vektor \vec{a} , vektor \vec{b} , dan vektor \vec{c} !
 - c) Tentukan $\vec{r} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - 5\vec{c}$

2. Diketahui vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -5 \end{pmatrix}$ dan vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Vektor \vec{w} adalah resultan dari vektor \vec{u} dengan vektor \vec{v} .
 - a) Tentukanlah vektor \vec{w} !
 - b) Hitunglah panjang vektor \vec{u} , panjang vektor \vec{v} , dan panjang vektor \vec{w} !
 - c) Tentukanlah vektor-vektor satuan dari vektor \vec{u} , vektor \vec{v} , dan vektor \vec{w} !

3. Misalkan diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ dan vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}$. Selain itu diketahui pula bahwa panjang vektor \vec{a} sama dengan panjang vektor \vec{b} .
 - a) Tentukanlah nilai-nilai x yang mungkin.
 - b) Tentukanlah vektor-vektor satuan dari vektor \vec{a} dan vektor \vec{b} .

4. Hitunglah jarak antara dua titik dalam ruang untuk tiap pasangan titik-titik berikut ini.
 - a) $O(0, 0, 0)$ dan $B(6, -2, 9)$
 - b) $A(6, -2, 0)$ dan $B(2, 3, 7)$
 - c) $A(0, 3, 0)$ dan $B(6, 0, 2)$
 - d) $A(-1, 3, 2)$ dan $B(4, 0, -5)$

5. ABC adalah bangun geometri segitiga dengan titik-titik sudut $A(-4, -1, -1)$, $B(5, 5, 3)$, dan $C(-3, 1, 2)$.
 - a) Hitunglah AB , BC , dan AC !
 - b) Hitunglah keliling segitiga ABC !

6. Tunjukkan bahwa titik-titik $A(4, 2, 4)$, $B(10, 2, -2)$, dan $C(2, 0, -4)$ adalah titik-titik sudut dari segitiga sama sisi!
 - b) Hitunglah luas segitiga ABC itu!

7. Tunjukkan bahwa titik-titik $P(4, 2, 6)$, $Q(10, -2, 4)$, dan $R(-2, 0, 2)$ adalah titik-titik sudut dari segitiga sama kaki!
 - b) Hitunglah luas segitiga PQR itu!

8. KLM adalah bangun geometri segitiga dengan titik-titik sudut $K(-11, 8, 4)$, $L(-1, -7, -1)$, dan $M(9, -2, -4)$.
 - a) Hitunglah KL^2 , LM^2 , dan KM^2 !
 - b) Dengan menggunakan dalil kosinus, hitunglah besar sudut KLM !

9. Segitiga DEF dengan titik-titik sudut $D(6, -10, 0)$, $E(1, 0, -5)$, dan $F(6, 10, 10)$.
 - a) Tunjukkan bahwa segitiga DEF merupakan segitiga siku-siku!
 - b) Hitunglah luas segitiga DEF itu!

10. Tentukan persamaan bola jika pusat dan jari-jarinya diketahui sebagai berikut.
 - a) Pusat di titik $(-2, 3, 5)$ dengan jari-jari $r = 5$.
 - b) Pusat di titik $(3, 1, 4)$ dengan jari-jari $r = 5$.

11. Diketahui persamaan sebuah bola ditentukan oleh:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 12x + 14y - 8z + 1 = 0$$
 Tentukan pusat dan jari-jari bola itu.

12. Sebuah bola pusatnya di titik $(2, 4, 5)$. Jika bola ini menyinggung bidang XOY , tentukan persamaan bola tersebut.

Latihan 6

1. Titik-titik sudut dari segitiga ABC mempunyai koordinat $A(2, -3, 4)$, $B(-2, 6, 1)$, dan $C(2, 0, 2)$. Vektor-vektor posisi dari titik A , titik B , dan titik C berturut-turut adalah \vec{a} , \vec{b} , dan \vec{c} .

- a) Nyatakan vektor \vec{a} , vektor \vec{b} , dan vektor \vec{c} dalam bentuk vektor kolom.
- b) Tentukan vektor-vektor yang diwakili oleh ruas-ruas garis berarah \vec{AB} , \vec{BA} , \vec{AC} , \vec{CA} , \vec{BC} , dan \vec{CB} .

2. Diketahui ruas garis AB dengan vektor posisi titik A adalah \vec{a} dan vektor posisi titik B adalah \vec{b} . Dengan menggunakan rumus perbandingan vektor, nyatakan vektor-vektor posisi dari titik-titik berikut ini dalam \vec{a} dan \vec{b} .

- a) Titik E , yang membagi ruas garis AB dengan perbandingan $3 : 1$
- b) Titik F , yang membagi ruas garis AB dengan perbandingan $5 : -2$

3. Vektor posisi titik P adalah $\vec{p} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ dan

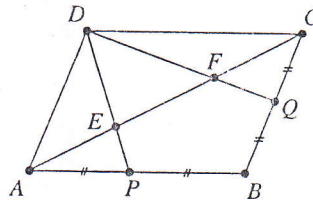
vektor posisi titik Q adalah $\vec{q} = \begin{pmatrix} 9 \\ 10 \\ 13 \end{pmatrix}$. Titik

R terletak pada ruas garis PQ dengan nilai perbandingan $PR : RQ = 1 : 3$.

Tentukan vektor posisi dari titik R .

Diketahui suatu segitiga ABC sebarang. Titik-titik P , Q , dan R adalah titik-titik tengah pada sisi-sisi AB , BC , dan CA . Jika \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{p} , \vec{q} , dan \vec{r} masing-masing

adalah vektor-vektor posisi dari titik-titik A , B , C , P , Q , dan R , tunjukkan bahwa $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{p} + \vec{q} + \vec{r}$.



Pada gambar diatas, $ABCD$ adalah bangun geometri jajargenjang. Vektor-vektor posisi dari titik-titik A , B , C , dan D berturut-turut adalah \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , dan \vec{d} . Titik-titik P dan Q berturut-turut adalah titik-titik tengah AB dan BC . Titik-titik E dan F adalah titik-titik potong antara AC dengan DP dan AC dengan DQ .

- a) Buktikan bahwa $\vec{d} - \vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$!
- b) Tentukan vektor posisi dari titik P dan titik Q !
- c) Buktikan bahwa $\vec{PQ} = \frac{1}{2} \vec{AC}$!
- d) Tentukan vektor-vektor yang diwakili oleh ruas-ruas garis berarah \vec{DP} dan \vec{DQ} !
- e) Tunjukkan bahwa $\vec{AE} = \vec{EF} = \vec{FC} = \frac{1}{3} \vec{AC}$!

$OABCDE$ adalah bangun geometri segi enam beraturan, vektor-vektor posisi dari titik-titik A , B , C , D , dan E berturut-turut adalah \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} , dan \vec{e} .

Tunjukkan bahwa $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} + \vec{e} = 3(\vec{d} - \vec{a})$.

Latihan 7

1. Diketahui titik $A(2, -2)$ dan titik $B(-4, 1)$.
 - a) Tentukan koordinat titik P , jika $AP : PB = 3 : 5!$
 - b) Tentukan koordinat titik Q , jika $AQ : QB = -3 : 5!$

2. Diketahui ruas garis AB dengan koordinat titik $A(3, -1)$ dan koordinat titik $B(4, 7)$. Titik K dan titik L terletak pada ruas garis AB sehingga $AK = KL = LB$. Tentukan koordinat titik K dan koordinat titik L !

3. Dalam segitiga ABC dengan titik-titik sudut $A(3, -1)$, $B(9, -2)$, dan $C(-5, -4)$. Titik-titik P , Q , dan R adalah titik tengah dari sisi-sisi BC , AC , dan AB . Tentukan koordinat titik P , koordinat titik Q , dan koordinat titik R !

4. Diketahui segitiga ABC sebarang dengan titik-titik sudut $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, dan $C(x_3, y_3)$. Titik T adalah titik berat segitiga ABC , yaitu merupakan titik potong dari garis-garis beratnya.

Tunjukkan bahwa koordinat titik T adalah $\left(\frac{x_1 + x_2 + x_3}{3}, \frac{y_1 + y_2 + y_3}{3}\right)$.

5. Ruas garis AB dengan koordinat titik $A(-2, -1)$ dan koordinat titik $B(3, 3)$. Titik C terletak pada perpanjangan ruas garis AB , sehingga $\vec{BC} = 3\vec{AB}$.

Tentukanlah koordinat dari titik C !

6. Diketahui segitiga ABC dengan titik-titik sudut $A(3, 2)$, $B(-1, 6)$, dan $C(7, 6)$. Titik K membagi sisi AB dengan perbandingan $1 : 3$, titik L membagi AC dengan perbandingan $3 : 1$, dan titik M membagi BC dengan perbandingan $9 : -1$.

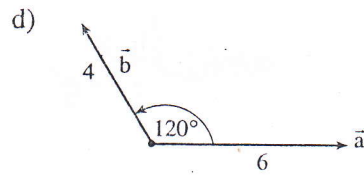
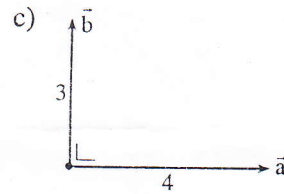
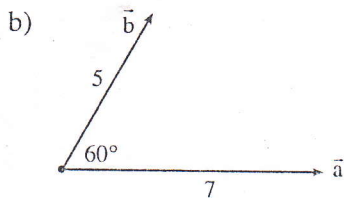
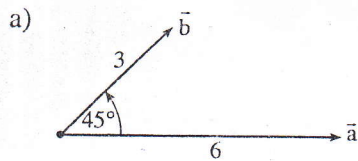
- a) Gambarlah sketsa grafik segitiga ABC dalam satu sistem koordinat Cartesius!
- b) Tentukan koordinat titik-titik K , L , dan M !
- c) Tentukan vektor-vektor yang diwakili oleh ruas-ruas garis berarah \vec{KL} , \vec{KM} , dan \vec{LM} !

Latihan 8

1. Diketahui titik $A(2, -4, 8)$ dan titik $B(9, 3, 1)$.
Tentukan koordinat titik P yang membagi ruas garis AB dengan perbandingan $5 : 2$.
2. Titik $R(9, 2, 4)$ membagi ruas garis PQ dengan perbandingan $3 : 7$. Jika koordinat titik $P(6, 8, 1)$, tentukan koordinat titik Q .
3. Dalam segi empat $ABCD$ diketahui titik-titik sudut $A(2, -1, 0)$, $B(0, -1, -1)$, $C(1, 1, -3)$, dan $D(3, 1, -2)$.
Titik-titik P , Q , R , dan S berturut-turut adalah titik-titik tengah AB , BC , CD , dan DA .
 - a) Perhatikan bahwa segi empat $ABCD$ adalah bangun geometri persegi panjang!
 - b) Tentukan koordinat-koordinat titik P , titik Q , titik R , dan titik S !
 - c) Perhatikan bahwa $PQRS$ adalah bangun geometri jajargenjang!
4. Diketahui titik $A(-2, 0, 3)$, titik $B(3, 10, -7)$, titik $C(2, 4, 1)$, dan titik $D(-1, 10, -11)$.
 - a) Tentukanlah koordinat titik P , jika titik P membagi CD dengan perbandingan $1 : 2$.
 - b) Perhatikan bahwa titik A , titik B , dan titik P segaris atau kolinear!
 - c) Hitunglah nilai perbandingan $AB : BP$.
5. Diketahui segitiga ABC dengan titik-titik sudut $A(5, 1, 5)$, $B(11, 8, 3)$, dan $C(-3, -2, 1)$.
 - a) Perhatikan bahwa segitiga ABC adalah sebuah segitiga sama kaki!
 - b) Tentukan koordinat titik D , jika titik D adalah titik tengah sisi BC !
 - c) Perhatikan bahwa segitiga ADC adalah sebuah segitiga siku-siku di titik D !
 - d) Hitunglah luas segitiga ABC dan luas segitiga ADC !

Latihan 9

1. Dengan menggunakan definisi perkalian skalar $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}| \cos \theta$, hitunglah $\vec{a} \cdot \vec{b}$ untuk setiap pasangan vektor \vec{a} dan vektor \vec{b} pada gambar berikut ini.



2. $OPQR$ adalah bangun persegi panjang dengan $OP = 6$ dan $PQ = 8$. Ruas garis berarah \overrightarrow{OP} mewakili vektor \vec{p} dan ruas garis berarah \overrightarrow{OQ} mewakili vektor \vec{q} . Hitunglah hasil kali skalar vektor \vec{p} dengan vektor \vec{q} !

Latihan 10

1. Tentukan hasil kali skalar $\vec{a} \cdot \vec{b}$ untuk pasangan-pasangan vektor \vec{a} dan vektor \vec{b} berikut ini.

a) $\vec{a} = 5\hat{i} + 2\hat{j}$ dan $\vec{b} = 3\hat{i} - 7\hat{j}$

b) $\vec{a} = 10\hat{i} - 3\hat{j}$ dan $\vec{b} = 3\hat{i} + 10\hat{j}$

2. Diketahui titik $A(3, 2)$, titik $B(-1, 3)$, dan titik $C(4, 1)$. Ruas garis berarah \overrightarrow{AB} mewakili vektor \vec{u} dan ruas garis berarah \overrightarrow{AC} mewakili vektor \vec{v} .

- a) Hitunglah $\vec{u} \cdot \vec{v}$ dan $\vec{v} \cdot \vec{u}$!
 b) Periksalah, apakah $\vec{u} \cdot \vec{v} = \vec{v} \cdot \vec{u}$?

3. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$, vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, dan vektor $\vec{c} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

- a) Hitunglah $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{a} \cdot \vec{c}$, dan $\vec{b} \cdot \vec{c}$!
 b) Hitunglah $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})$ dan $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c}$!
 c) Hitunglah $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$ dan $\vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$!

Latihan 11

1. Pasangan-pasangan vektor \vec{a} dan vektor \vec{b} berikut ini saling tegak lurus atau ortogonal. Hitunglah nilai x .
 - a) $\vec{a} = x\hat{i} + 3\hat{j}$ dan $\vec{b} = -2\hat{i} + 4\hat{j}$
 - b) $\vec{a} = 3\hat{i} - 2\hat{j}$ dan $\vec{b} = 4\hat{i} + \frac{1}{3}x\hat{j}$

2. Diketahui segitiga ABC dengan koordinat-koordinat titik $A(1, 3)$, titik $B(2, 5)$, dan titik $C(-1, 4)$.
 - a) Tentukan vektor-vektor yang diwakili oleh ruas-ruas garis berarah \vec{AB} , \vec{AC} , \vec{BA} , \vec{BC} , \vec{CA} , dan \vec{CB} .
 - b) Dengan menggunakan teorema Ortogonalitas, tunjukkan bahwa segitiga ABC siku-siku. Kemudian sebutkan titik sudut siku-sikunya.

3. Diketahui titik $A(5, 2, -3)$, titik $B(6, 1, 4)$, titik $C(-3, -2, -1)$, dan titik $D(-1, -4, 13)$.
 - a) Tentukan wakil dari ruas garis berarah \vec{AB} dan ruas garis berarah \vec{CD} (nyatakan hasilnya dalam bentuk vektor kolom!).
 - b) Ruas garis berarah \vec{AB} dapat dinyatakan sebagai $\vec{AB} = k\vec{CD}$, tentukanlah nilai k !
 - c) Dengan menggunakan tanda-tanda hasil kali skalar $\vec{AB} \cdot \vec{CD}$, perhatikan bahwa \vec{AB} sejajar \vec{CD} !

4. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$, vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, dan vektor $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.
 - a) Jika panjang vektor \vec{a} sama dengan 2 satuan dan vektor \vec{a} membentuk sudut 60° terhadap vektor \vec{b} , perhatikan bahwa nilai $x = 1$!
 - b) Jika vektor \vec{a} tegak lurus atau ortogonal terhadap vektor \vec{c} , perhatikan bahwa $y = 0$. Kemudian hitunglah nilai z yang mungkin!

5. Diketahui vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ dan vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 10 \\ -8 \end{pmatrix}$. Vektor $\vec{a} = \vec{u} + k\vec{v}$ dan vektor \vec{a} tegak lurus pada vektor \vec{u} . Tentukanlah nilai k yang mungkin.
 6. Diketahui empat buah titik terletak di ruang dengan koordinat masing-masing adalah $A(2, -1, 0)$, $B(0, -1, -1)$, $C(1, 1, -3)$, dan $D(3, 1, -2)$. Dengan menggunakan teorema Ortogonalitas, tunjukkan bahwa $ABCD$ adalah bangun persegi panjang.

Latihan 12

1. Vektor \vec{a} dan vektor \vec{b} , adalah vektor-vektor sebarang yang bukan vektor nol. Tunjukkan bahwa $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = |\vec{a} + \vec{b}|^2$.

2. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \end{pmatrix}$, vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{pmatrix}$, dan vektor $\vec{c} = \begin{pmatrix} x_3 \\ y_3 \\ z_3 \end{pmatrix}$.

Tunjukkan bahwa.

- $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$
- $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{c}$
- $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$
- $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{c}$

3. Diketahui vektor $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$, vektor $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$, dan vektor $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ p \\ 0 \end{pmatrix}$.

Hitunglah nilai p , jika berlaku hubungan berikut:

- $\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b}$
- $\vec{a} \cdot (\vec{b} - \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{a}$

4. Vektor \vec{a} dan vektor \vec{b} masing-masing adalah vektor satuan, sudut yang dibentuk oleh vektor \vec{a} dan vektor \vec{b} sama dengan 60° , dan vektor \vec{p} ditentukan oleh $\vec{p} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$.

Hitunglah nilai dari hasil kali skalar berikut ini.

- $\vec{a} \cdot \vec{a}$
- $\vec{b} \cdot \vec{b}$
- $\vec{a} \cdot \vec{b}$
- $\vec{p} \cdot \vec{p}$

5. $PQRS$ adalah bangun geometri jajargenjang. Ruas garis berarah \vec{PS} dan ruas garis berarah \vec{PQ} masing-masing mewakili vektor \vec{p} dan vektor \vec{q} .

- Tentukan vektor-vektor yang diwakili oleh ruas-ruas garis berarah \vec{PR} dan \vec{QS} (nyatakan hasilnya dalam \vec{p} dan \vec{q}).
- Jika $|\vec{p}| = |\vec{q}|$ tunjukkan bahwa \vec{PR} tegak lurus \vec{QS} .

6. Vektor \hat{i} , vektor \hat{j} , dan vektor \hat{k} adalah vektor-vektor satuan di ruang yang panjangnya satu satuan dan saling tegak lurus. Salin dan lengkapilah tabel hasil kali skalar berikut ini.

Latihan 13

1. Jika θ adalah besar sudut antara vektor \vec{a} dan vektor \vec{b} , hitunglah nilai $\cos \theta$ bagi pasangan-pasangan vektor \vec{a} dan vektor \vec{b} berikut ini.

a) $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ dan $\vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$
 b) $\vec{a} = 2\hat{i} - 5\hat{j}$ dan $\vec{b} = -2\hat{i} + 5\hat{j}$

2. Diketahui vektor $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ dan vektor $\vec{b} = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}$.

- a) Hitunglah $|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$, dan $\vec{a} \cdot \vec{b}$.
 b) Tentukan besar sudut antara vektor \vec{a} dengan vektor \vec{b} .

3. Sudut α , sudut β , dan sudut γ masing-masing adalah sudut yang dibentuk oleh vektor $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ terhadap sumbu X, terhadap sumbu Y, dan terhadap sumbu Z.

- a) Dengan menggunakan hasil-hasil kali skalar $\vec{a} \cdot \hat{i}$, $\vec{a} \cdot \hat{j}$, dan $\vec{a} \cdot \hat{k}$, tentukanlah $\cos \alpha$, $\cos \beta$, dan $\cos \gamma$.
 b) Kemudian perlihatkan bahwa $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$.

4. Diketahui segitiga ABC dengan titik-titik sudut $A(1, -3, 2)$, $B(2, -6, 7)$, dan $C(4, -5, 1)$. Tentukan besar sudut-sudut dalam segitiga ABC tersebut.

5. Diketahui empat buah titik yaitu titik $P(3, 3, 3)$, titik $Q(1, 2, -1)$, titik $R(4, 1, 1)$, dan titik $S(6, 2, 5)$.

- a) Tunjukkan bahwa $PQRS$ adalah bangun jajargenjang.
 b) Tentukanlah besar sudut-sudut pada jajargenjang tersebut.

Latihan 14

1. Misalkan vektor \vec{c} adalah proyeksi vektor ortogonal dari vektor \vec{a} pada arah vektor \vec{b} dan p menyatakan panjang vektor \vec{c} .

- a) Tunjukkan bahwa nilai p berada dalam batas-batas $0 \leq p \leq |\vec{a}|$.
 b) Jika $p = 0$, sebutkan kedudukan vektor \vec{a} terhadap vektor \vec{b} .
 c) Jika $p = |\vec{a}|$, sebutkan kedudukan vektor \vec{a} terhadap vektor \vec{b} .

2. Diketahui titik $A(2, 3, -1)$, titik $B(-2, -4, 3)$, dan vektor $\vec{p} = 4\hat{i} - 3\hat{j} + \hat{k}$.

- a) Tentukan proyeksi skalar ortogonal vektor \vec{p} pada arah \vec{AB} .
 b) Tentukan proyeksi vektor ortogonal vektor \vec{p} pada arah \vec{AB} .

3. Diketahui titik $A(1, 2, 2)$, titik $B(0, 1, 0)$, dan titik $C(2, -1, -1)$.

- a) Tentukan ruas garis berarah \vec{AB} dan ruas garis berarah \vec{AC} dalam bentuk vektor kolom.

- b) Tentukan proyeksi vektor ortogonal \vec{AB} pada arah \vec{AC} dan proyeksi vektor ortogonal dari \vec{AC} pada arah \vec{AB} .

5. Diketahui vektor $\vec{a} = 3\hat{i} + 5\hat{j} - 2\hat{k}$, vektor $\vec{b} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$, dan vektor $\vec{c} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$.

- a) Tentukan proyeksi skalar ortogonal vektor \vec{b} pada arah vektor $(\vec{a} - 2\vec{c})$.

- b) Tentukan proyeksi vektor ortogonal dari vektor \vec{b} pada arah vektor $(\vec{a} - 2\vec{c})$.

6. Diberikan segitiga ABC dengan titik-titik sudut $A(4, -3, 2)$, $B(2, -2, 6)$, dan $C(3, 4, 5)$.

- a) Tunjukkan bahwa proyeksi vektor ortogonal \vec{CA} pada arah \vec{BA} diwakili oleh vektor $2\hat{i} - \hat{j} - 4\hat{k}$.

- b) Tunjukkan bahwa proyeksi vektor ortogonal \vec{AC} pada arah \vec{BC} diwakili oleh vektor $\hat{i} + 6\hat{j} - \hat{k}$.